УДК 536.46

МОДЕЛИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В КАМЕРЕ РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА

Р. Мырзакулов*, М.Ж. Козыбаков**, К.О. Сабденов

*Евразийский национальный университет, г. Астана
**Шымкентский социально-педагогический университет, г. Шымкент
Томский политехнический университет
E-mail: sabdenovko@mail.ru

Изучается возникновение, развитие и последствия акустической неустойчивости в камере ракетного двигателя с твердотопливным зарядом. Рассматриваются относительно низкочастотные колебания с периодом, намного превышающим период собственных колебаний камеры. Но частота изменения термодинамических параметров находится в широких пределах и может быть сравнима с собственной частотой зоны горения. Неустойчивость может приводить к автоколебательному горению, или к хаотическому режиму, или к погасанию горения.

Введение

Еще в конце 30-х гг. прошлого века разработчики системы залпового огня «Катюша» столкнулись со странным явлением. Как оказалось, ряд оригинальных технических решений, который позволил бы достичь больших скоростей реактивных снарядов, не осуществим из-за особенностей горения топлива. Оно, превосходно сгорая на открытом воздухе, при определенных условиях «не желало» гореть в камере, или же горело настолько нестабильно, что совершенно приводило в негодность двигатель. Как оказалось, наличие окислителя и горючего в составе топлива не гарантирует равномерное протекание химической реакции, необходимо еще, чтобы внутренние закономерности механизма горения оптимально сочетались с конструкционными особенностями самого двигателя ракеты. Даль-

нейшие теоретические и экспериментальные исследования, проведенные в основном в СССР и США [1–9], позволили понять основные причины нестабильного горения в ракетном двигателе твердого топлива (РДТТ) и сформулировать простые критерии для избегания проявления неустойчивости. Но многогранность и сложность явления горения показывает, что эти критерии имеют весьма узкую границу применимости [1]. Особенно это начинает ярко проявляться по мере продвижения в высокочастотную область, при горении веществ со сложной кинетикой разложения и ее изменчивости при различных температурах и давлениях [2].

Поэтому дальнейшие усилия должны быть направлены на раскрытие детального механизма горения, установление его связи с конструкционными особенностями РДТТ при возникновении неустойчивости. Настоящая работа является продолжением комплекса теоретических исследований [3–5], направленных на выявление такой модели нестационарного горения, которая содержала бы минимум параметров и описывала максимум наблюдаемых эффектов.

Математическая модель нестационарного горения в РДТТ

При возникновении неустойчивого горения в РДТТ, как правило, звуковые колебания давления происходят на основной моде. При этом не обязательно, чтобы частота звуковой волны совпадала или была близка к собственной частоте горящего топлива: при нарушении баланса массы продуктов горения в камере сгорания колебания могут происходить и на частоте, близкой к обратной величине характерного времени истечения газа из сопла. В таком случае длина волны звука много больше длины камеры, все термодинамические и гидродинамические параметры газа можно считать не зависящими от пространственных переменных. Это, конечно, не относится к процессам горения, которые протекают на масштабах порядка нескольких десятков мкм. Здесь рассматриваются такие изменения физических величин, которые характеризуют двигатель в целом, и их с удовлетворительной точностью можно считать зависящими только от времени. Это существенно упрощает теоретический анализ.

Пусть S_p – площадь поверхности горения; u – скорость горения; t – время. Обычно (наибольшее) характерное время протекания нестационарных процессов таково, что поверхность горения за этот промежуток времени меняется слабо. Поэтому можно считать $S_p \approx \text{const}$. Скорость изменения массы $m=\rho V_c$ газа с плотностью ρ в камере объема V_c определяется разностью поступающего за счет горения и покидающего камеру через сопло количества вещества [1]:

$$\frac{dm}{dt} = \rho_c u S_p - A_c p F_m, \qquad (1)$$

где ρ_c – плотность топлива; A_c – коэффициент истечения; F_m – минимальное (критическое) сечение сопла. Плотность газа можно определять по уравнению состояния идеального газа $\rho=p/R_g T_p$. Здесь p – давление; R_g – газовая постоянная; T_p – температура продуктов сгорания. В широких пределах изменения плотности и давления газа незначительными колебаниями температуры продуктов сгорания можно пренебречь (изотермическое приближение) [1]. Тогда ур. (1) можно записать как

$$\frac{V_c}{R_g T_p}\frac{dp}{dt} = \rho_c u S_p - A_c p F_m. \qquad (2)$$

Начальным условием для этого уравнения служит

$$p(t=0) = p^0, \qquad p^0 = \frac{\rho_c u^0 S_p}{A_c F_m}.$$

Волну горения твердого ракетного топлива, движущуюся в отрицательном направлении координаты x, представим следующей моделью [4, 5]:

$$-\infty < x < x_s(t): \quad \rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial x}\right); \qquad (3)$$

$$x_s(t) < x < +\infty: \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\rho v = 0,$$

$$\rho\left(\frac{\partial Y}{\partial t} + v\frac{\partial Y}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(D\rho\frac{\partial Y}{\partial x}\right) - \rho Y k_0 \exp(-\frac{E}{RT}),$$

$$\rho c_p\left(\frac{\partial T}{\partial t} + v\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right) +$$

$$+\rho Q Y k_0 \exp(-\frac{E}{RT}) + \rho c_p \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T}{p}\frac{dp}{dt};$$

$$p = \rho R_g T.$$

Граничные условия:

$$x \to -\infty: \qquad T_c = T_0,$$

$$x = x_s(t): \quad -\rho_c \frac{dx_s}{dt} = -\rho\frac{dx_s}{dt} + \rho v,$$

$$-\rho_c \frac{dx_s}{dt} = -\rho\frac{dx_s}{dt} + \rho v Y - D\rho\frac{\partial Y}{\partial x},$$

$$-\frac{dx_s}{dt} = u(T,p), T = T_c, \lambda_c\frac{\partial T_c}{\partial x} = \lambda\frac{\partial T}{\partial x} + L\rho_c\frac{dx_s}{dt},$$

$$u = \text{const}\cdot p^{\nu_0}\exp\left(-\frac{E_c}{2RT}\right);$$

$$x \to +\infty: \quad \frac{dT}{dx} = 0, \quad \frac{dY}{dx} = 0.$$

Здесь x_s – поверхность разложения топлива; c_c, λ_c – теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала топлива с температурой T_c, $T_c(x=x_s)=T_s$; T_0 – начальная температура топлива; Y, D – массовая концентрация (доля) и коэффициент диффузии реагирующего вещества; k_0 – предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса; E_c, E – эффективные энергии активации химической реакции в твердой и газовой фазах; T – температура газа; R – универсальная газовая постоянная; λ – ко-

эффициент теплопроводности газа; Q – суммарный тепловой эффект химической реакции в газе; γ – показатель адиабаты; L – тепловой эффект разложения топлива на газообразные компоненты; v_0=const.

В качестве начальных условий к ур. (3) должны быть взяты их стационарные решения. Дальнейшие упрощения для решения ур. (2), (3) сводятся к переходу к лагранжевой координате. Ур. (3) в безразмерных переменных приведены в работах [4, 5]. В частности, весь процесс горения в модели определяется следующими параметрами:

$$\theta_0 = \frac{T_0}{T_s^0},\ q = \frac{Q}{c_p T_s^0},\ \sigma = \frac{D(\rho^0)^2}{\kappa_c \rho_c^2},\ \beta_c = \frac{RT_s^0}{E_c},$$

$$\beta = \frac{RT_s^0}{E},\quad B = -\frac{1}{u^0}\frac{d x_s}{d t},\ l = \frac{L}{c_c T_s^0},\ \tau = \frac{(u^0)^2}{\kappa_c} t,$$

$$\eta = \frac{p}{p^0},\ \kappa_c = \frac{\lambda_c}{\rho_c c_c},\ K_0 = \frac{\sigma \kappa_c k_0}{(u^0)^2}.$$

Здесь ноль вверху символов означает их стационарные значения. Отрицательное l означает экзотермическую реакцию на поверхности разложения топлива, положительное – эндотермическую.

Результаты исследования и их анализ

Как выяснилось в процессе решения ур. (2, 3), частота реализующихся в системе колебаний имеет порядок обратной величины т.н. аппаратурной константы χ:

$$\chi = \frac{V_c}{R_g T_p}\frac{(u^0)^2}{A_c F_m \kappa_c}, \qquad (4)$$

представляющей собой отношение $\chi = t_V/t_c$, где $t_V = V_c/(R_g T_p A_c F_m)$, $t_c = \kappa_c/(u^0)^2$ – характерные времена истечения газа из сопла и тепловых процессов в твердой фазе топлива. Стационарная скорость горения u^0 определяется рабочим давлением p^0 в камере, $p^0 \sim 10^7$ Па.

Существует критическое значение $\chi = \chi^*$, ниже которого стационарный режим работы двигателя невозможен [1]. Как удалось установить, это критическое значение χ^* сильно зависит от параметров, определяющих механизм горения. Причем, уменьшение его значения означает появление все более высокочастотных колебаний с началом потери устойчивости (рис. 1–4). Для всех рисунков σ=0,01; Le=1,0; γ=1,4. На рис. 1 $\chi^* \approx 2{,}4$. Феноменологические коэффициенты k, r рассчитывались по формулам, приведенным в [4, 5].

За границей устойчивости $\chi < \chi^* \approx 2{,}4$ сначала наступает автоколебательное горение (рис. 1, *а*). По мере дальнейшего продвижения вглубь области неустойчивости, т. е. с уменьшением χ, колебания становятся более жесткими, с глубокими падениями скорости горения. В дальнейшем выхода на автоколебание не происходит: амплитуда скорости горения становится настолько большой, что реагирующая среда переходит к другому устойчивому состоянию – отсутствию горения. Проще говоря, наступает самопроизвольное погасание (рис. 1, *б*).

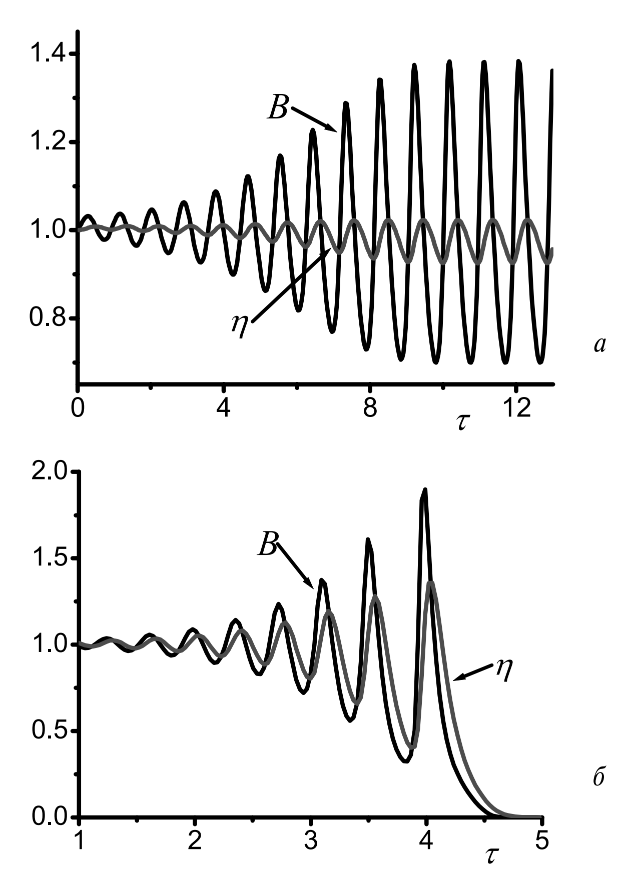


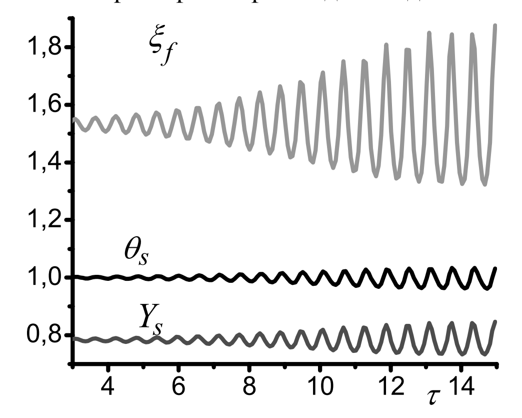
Рис. 1. *Потеря устойчивости, выход на автоколебательное горение (а, χ=1,0) и погасание (б, χ=0,08): θ_0=0,3; l=−0,3; q=2,0; r=0,09; k=1,04*

Как известно [6], горящее топливо как самостоятельная система при неизменных внешних условиях имеет свой внутренний механизм, регулирующий его устойчивое состояние. Если этот механизм не сбалансирован, то наступает неустойчивое горение, приводящее или к автоколебательному горению, или к погасанию [4]. Удаленность от границы устойчивости (назовем ее G_0-границей) может быть охарактеризована двумя параметрами k и r. Замечено, что величина χ^* тем больше, чем дальше располагается состояние горения от G_0-границы. Например, стоит только немного отодвинуться (по сравнению с рис. 1) от этой границы, наблюдается быстрое снижение χ^* (рис. 2). Здесь уже $\chi^* \approx 0{,}63$.

Дальнейшее удаление от G_0-границы приводит к еще большему снижению χ^*. Такое уменьшение сопровождается появлением новых качественных свойств: относительное небольшое изменение (в сторону уменьшения) χ в неустойчивой области сразу же приводит к погасанию (рис. 3). Т. е. область существования по параметру χ автоколебательного режима горения сужается. Периодический режим горения сосредоточен в очень узком интервале изменения χ, например, при $\chi = 8 \cdot 10^{-3}$ горение еще устойчиво.

Варьирование параметром χ показало возможность реализации нерегулярного режима горения, который может быть охарактеризован как динамиче-

ский хаос (странный аттрактор). Действительно, по мере уменьшения аппаратурной константы растет амплитуда автоколебаний и все сильнее проявляется нелинейность системы. Если еще уменьшать χ, то происходит удвоение периода колебаний. Над увеличением периодов в дальнейшем проследить трудно: малое изменение χ приводит к нерегулярному режиму горения, подобно приведенному на рис. 4. Таким образом, переход к хаотическому режиму горения соответствует сценарию Помо-Манневила [7]. При больших значениях χ^* хаотического колебания не удалось обнаружить. Хотя, конечно, это не говорит о его невозможности появления. Возможно, варьирование параметрами произведено недостаточно.



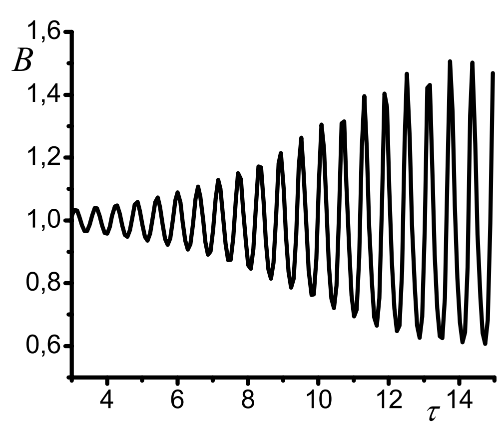


Рис. 2. *Потеря устойчивости и выход на автоколебательное горение: χ=0,2; θ_0=0,3; l=–0,23; q=2,2; r=0,13; k=1,17. Обозначены: ξ_f – положение фронта пламени в газе; θ_s, Y_s – температура и концентрация на поверхности разложения*

Для надежной идентификации странного аттрактора следовало бы произвести расчет энтропии Колмогорова-Синая или спектра реализующихся колебаний. Но это отдельная и довольно сложная задача. Но грубо наличие динамического хаоса можно определить визуально, представив колебательный режим горения в фазовых переменных, например, в плоскости $B - dB/d\tau$. Если зависимость $B(\tau)$ периодическая функция, то на фазовой плоскости ей будет соответствовать замкнутая кривая. Если же периодичности нет, то на фазовой плоскости траектория будет «заметать» область [7]. Соответствующее построение приведено на рис. 5.

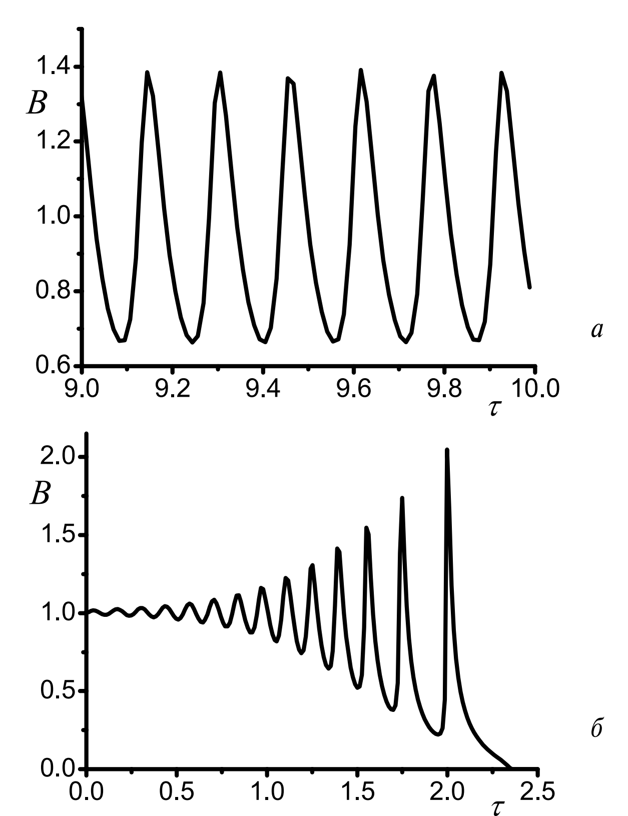


Рис. 3. *Автоколебательное горение (а) $\chi=7\cdot10^{-3}$ и наступление погасания (б) $\chi=5\cdot10^{-3}$ при потере устойчивости: θ_0=0,43; l=–0,23; q=2,7; k=0,63; r=0,11*

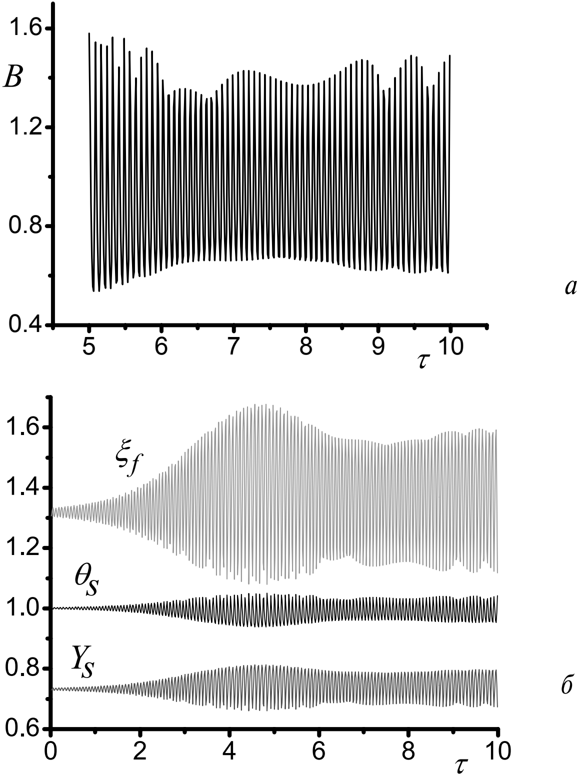


Рис. 4. *Нерегулярные колебания скорости горения (а) и основных параметров границ разделов фаз (б) при эндотермической реакции разложения топлива: θ_0=0,43; l=0,23; q=3,0; k=0,70; r=0,12; $\chi=4\cdot10^{-3}$*

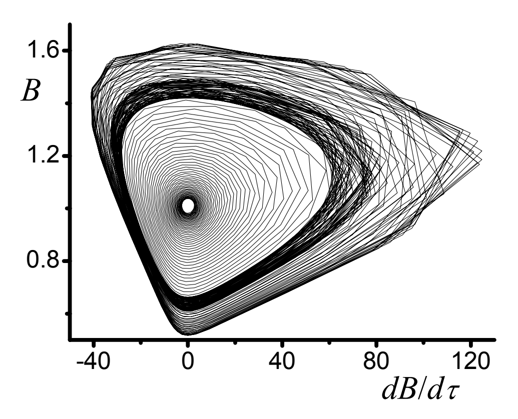


Рис. 5. *Фазовая кривая режима горения, приведенного на рис. 4*

Такому «визуальному» анализу аналогичен по своей сути подход, основанный на построении отображения Пуанкаре: периодической кривой на плоскости Пуанкаре отвечает изолированный набор точек, а странному аттрактору – множество точек, которое может быть охарактеризовано своей размерностью, обычно дробным числом.

Потеря устойчивости не всегда приводит к автоколебательному горению. Существуют такие параметры, например, θ_0=0,6; l=–0,23; q=2,41; β_s=0,06; β=0,02; K_0=3,8·10^8; σ=0,01; Le=1,0; γ=1,4; r=0,14; k=0,95, когда за границей устойчивости χ^* возрастающие возмущения приводят к погасанию.

Говорить о какой-либо конкретной частоте колебаний на рис. 4, 5 не приходится. Но интервал (безразмерного) времени между двумя максимумами колебаний составляет около 0,07, т. е. сравним с безразмерным временем релаксации σ процессов в газовой фазе. Если этот промежуток времени принять за период колебаний, то при давлении около 10^7 Па и в размерных единицах их частота составляет примерно 10^3 Гц, т. е. относится к области высоких частот. Для сравнения заметим, параметры на рис. 1, 2 имеют частоту колебаний примерно 40 и 100 Гц.

Заключение и основные выводы

Моделирование нестационарного горения твердых ракетных топлив в камерах ракетных двигателей показало возможность проведения описания рассматриваемого явления на основе ур. (2, 3). Возникновение потери устойчивости при уменьшении аппаратурной константы, реализация вслед за этим автоколебательного и нерегулярного режима горения или же погасания горения наблюдалось в многочисленных экспериментах, которые хорошо отражены в обзорной литературе [1, 8, 9 и др.]. Показанная в работе единая акустическая природа низкочастотной и высокочастотной неустойчивостей согласуется со сложившимися современными представлениями [1].

Возникновение акустической неустойчивости может приводить (если нет погасания) к росту или небольшому падению среднего давления в камере. В проведенных расчетах среднее давление всегда немного падает, несмотря на рост средней скорости горения. Это происходит из-за запаздывания давления относительно скорости горения (рис. 1, *а*), т. к. изменение скорости горения зависит от давления опосредованно через изменение температуры. Отсюда следует вывод, что среднее давление в камере будет повышаться при снижении сдвига фаз между давлением и скоростью горения. Показатель ν_0 в скорости горения в приведенных выше расчетах полагался равным нулю. В противном случае принципиальных изменений в физической картине развития неустойчивости не наблюдается, но ярче проявляется нелинейный характер возникающих колебаний. Это обычно приводит к нерегулярным изменениям во времени физико-химических параметров, характеризующих горение.

Более подробное сравнение с имеющимися экспериментальными данными не представляется возможным из-за отсутствия в литературе сведений по кинетике химических реакций, протекающих в камерах ракетных двигателей. В настоящей работе при проведении расчетов ориентиром служили коэффициенты k и r, числовые значения которых меняются для большинства топлив в относительно небольших интервалах [1, 6]: r=0,05...0,3; k=0,8...1,5. Соответственно, параметры θ_0, l, q, β, β_s, K_0 брались так, чтобы коэффициенты k и r попадали в указанные интервалы или же были близки к ним.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Присняков В.Ф. Динамика ракетных двигателей твердого топлива. – М.: Машиностроение, 1987. – 248 с.
2. Теория взрывчатых веществ: Сб. статей / Под ред. А.А. Андреева. – М.: Высшая школа, 1967. – 384 с.
3. Сабденов К.О., Миньков Л.Л. Особенности горения ракетного топлива при не равном единице числе Льюиса в газовой фазе // Инженерно-физический журнал. – 2001. – Т. 74. – № 6. – С. 61–72.
4. Сабденов К.О. Режимы горения твердого ракетного топлива, распадающегося на газ по механизму пиролиза // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 3. – С. 120–125.
5. Мырзакулов Р., Козыбаков М.Ж., Сабденов К.О. Погасание твердых ракетных топлив и взрывчатых веществ при переменном давлении // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – № 5. – С. 122–130.
6. Новожилов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. – М.: Наука, 1973. – 176 с.
7. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. – М.: Наука, 1990. – 212 с.
8. Исследования ракетных двигателей на твердом топливе / Пер. с англ. Под ред. И.Н. Козловского. – М.: Иностранная литература, 1963. – 440 с.
9. Абугов Д.И., Бобылев В.М. Теория и расчет ракетных двигателей твердого топлива. – М.: Машиностроение, 1987. – 272 с.